

Kurvendiskussion der Funktion: $f(x) = e^x - x$

1. Ableitungen

$$f'(x) = e^x - 1$$

$$f''(x) = e^x$$

$$f'''(x) = e^x$$

2. Nullstellen

$$e^x - x = 0$$

$$e^x = x \quad | \ln$$

$$\ln e^x = \ln x$$

$$x \cdot \ln e = \ln x$$

$$x \cdot 1 = \ln x$$

$$x = \ln x \quad \text{Widerspruch} \Rightarrow \text{Keine NST}$$

Andere Überlegung: Keine Nullstelle, da bei $x > 0$ $e^x > x$ ist, bei $x < 0$ wird „-x“ addiert und bei $x = 0$ der Graph durch $(0|1)$ geht.

3. Extremstellen

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^x - 1 = 0 \quad | +1 \\ e^x &= 1 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$f''(0) = e^0 = 1 > 0 \Rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$f(0) = e^0 - 0 = 1 - 0 = 1$$

TP $(0|1)$

4. Wendepunkte

$$f''(x) = 0$$

$e^x = 0$ Da e^x immer ungleich Null ist, gibt es keine Wendepunkte.

5.) Verhalten für $x \rightarrow +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \underbrace{e^x}_{+\infty} - \underbrace{x}_{-\infty}$$

$f(x)$ strebt gegen $+\infty$ (Bemerkung: e^x wächst exponentiell und somit steigt die Funktion)

Verhalten für $x \rightarrow -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \underbrace{e^x}_{+\infty} - \underbrace{x}_{+\infty}$$

$f(x)$ strebt gegen $+\infty$

6. Graph

